

Adı Soyadı:  
Numarası:

13.03.2018

## SOYUT MATEMATİK II QUIZ SORULARI

- 1) Doğal sayılarda toplama işleminin kısaltma özelliği var mıdır? Gösteriniz.
- 2)  $\forall n \in \mathbb{N}$  için

$$133 \mid 11^{n+2} + 12^{2n+1}$$

olduğunu gösteriniz.

### CEVAPLAR

1)  $\forall m, n, p \in \mathbb{N}$  için  $m+p = n+p \Rightarrow m=n$  (10)  
 $A = \{ p : \forall m, n \in \mathbb{N} \text{ için } m+p = n+p \Rightarrow m=n \} \subseteq \mathbb{N}$  (5)

$A = \mathbb{N}$  mi?

•  $0 \in A$  mi?

$0 \in A \iff \forall m, n \in \mathbb{N}$  için  $m+0 = n+0 \Rightarrow m=n$  (5)  
 $m+0 = n+0 \Rightarrow m=n$   
 $\Rightarrow 0 \in A$  (5)

•  $\forall p \in A$  için  $p^+ \in A$  mi?

$p \in A \Rightarrow \forall m, n \in \mathbb{N}$  için  $m+p = n+p \Rightarrow m=n$  (5)

$p^+ \in A \iff \forall m, n \in \mathbb{N}$  için  $m+p^+ = n+p^+ \Rightarrow m=n$

$m+p^+ = n+p^+ \Rightarrow (m+p)^+ = (n+p)^+$

$\Rightarrow m+p = n+p$

$\Rightarrow m=n$

$\therefore A = \mathbb{N}$  (25)

2.)  $\forall n \in \mathbb{N}$  için  $133 \mid 11^{n+2} + 12^{2n+1}$

•  $n=0$  için doğru mu? 10

$$133 \mid 11^{0+2} + 12^{0+1} = 121 + 12 = 133$$

$\therefore n=0$  için doğru

•  $n=m$  için doğru olsun.  $n=m+1$  için doğru mu?

10  $m$  için doğru  $\Rightarrow 133 \mid 11^{m+2} + 12^{2m+1}$  \*

10  $m+1$  için doğru  $\stackrel{?}{=} 133 \mid 11^{m+3} + 12^{2m+3}$

$$11^{m+3} + 12^{2m+3} = 11^{m+2} \cdot 11 + 12^{2m+1} \cdot 12^2$$

$$= 11 \cdot 11^{m+2} + 144 \cdot 12^{2m+1}$$

$$= 11 \cdot 11^{m+2} + (11 + 133) \cdot 12^{2m+1}$$

$$= 11 \cdot 11^{m+2} + 11 \cdot 12^{2m+1} + 133 \cdot 12^{2m+1}$$

$$= 11 \cdot (11^{m+2} + 12^{2m+1}) + 133 \cdot 12^{2m+1}$$

\* dan 133 ün katı 133 ün katı

$$= 133 \cdot k$$

$$\Rightarrow 133 \mid 11^{m+3} + 12^{2m+3}$$